Modelo con infinitos periodos:

Riqueza del individuo en eq en una economía de agente representativo:

$$\sum_{t=1}^{\infty} p_t y_t = \frac{y_1}{1-\beta} < \infty$$

CES: $u(c) = \frac{c^{1-\frac{1}{\sigma}}}{1-\frac{1}{\sigma}}$ $u'(c) = \cancel{\left(1-\frac{1}{\sigma}\right)} \frac{c^{-\frac{1}{\sigma}}}{\cancel{1-\frac{1}{\sigma}}} = c^{-\frac{1}{\sigma}}$

$$\boxed{1+r_t^* = \frac{c_t^{*\,-\frac{1}{\sigma}}}{\beta\, c_{t+1}^{*\,-\frac{1}{\sigma}}} = \frac{y_t^{-\frac{1}{\sigma}}}{\beta\, y_{t+1}^{-1/\sigma}} = \frac{1}{\beta}\left(\frac{y_{t+1}}{y_t}\right)^{\frac{1}{\sigma}}}$$ $c_t = y_t$

$$p_t = \frac{1}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})} = \left(\frac{1}{1+r_1}\right)\cdots\left(\frac{1}{1+r_{t-1}}\right)$$

$$\frac{1}{1+r_t^*} = \beta\left(\frac{y_t}{y_{t+1}}\right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

$$\Rightarrow p_t^* = \beta\left(\frac{\cancel{y_{t-1}}}{y_t}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \cdot \beta\left(\frac{\cancel{y_{t-2}}}{\cancel{y_{t-1}}}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \cdots \beta\left(\frac{y_1}{\cancel{y_2}}\right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

$$\Rightarrow p_t^* = \beta^{t-1}\left(\frac{y_1}{y_t}\right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

Riqueza de los hogares:

$$\sum_{t=1}^{\infty} p_t y_t = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1}\left(\frac{y_1}{y_t}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \cdot y_t = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} y_1^{\frac{1}{\sigma}} y_t^{1-\frac{1}{\sigma}}$$

$$\boxed{= y_1^{\frac{1}{\sigma}} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} y_t^{1-\frac{1}{\sigma}}}$$

Riqueza no necesariamente es finita.

Si y_t crece suficientemente rápido ⇒ riqueza de equilibrio no es finita y el problema no está bien definido.

Para que el problema esté bien definido, debemos imponer restricciones adicionales a las dotaciones.

Política fiscal en el modelo de intercambio:

- En el modelo con dotaciones no hay firmas ni trabajo
  $\Rightarrow$ no hay decisión ocio vs consumo por parte de los hogares.
- Oferta de bien final es perfectamente inelástica: $y_1, y_2, \ldots$
  $\Rightarrow$ política tributaria <u>NO</u> tiene efectos distorsivos.

Política tributaria:

- Gobierno grava algunas actividades y devuelve la recaudación por medio de transferencias de suma fija.
- Gobierno tiene un presupuesto balanceado cada periodo:

$$\text{ingresos}_t = \text{gastos}_t \rightarrow \text{No existe deuda pública.}$$

- Restricción presupuestal del hogar:

$$c_t^i + b_t^i = y_t^i + (1+r_{t-1})\, b_{t-1}^i - T_i + \Omega_i$$

transferencias.

impuestos

Impuesto al ingreso:

- τ_t^y: tasa de impuesto al ingreso.
- Ingreso de los hogares:
  - y_t^i
  - ingresos por intereses: $r_{t-1} b_{t-1}$
- Base gravable: $y_t^i + r_{t-1} b_{t-1}^i$

$$\Rightarrow T_t = \tau_t^y \left(y_t^i + r_{t-1} b_{t-1}^i \right)$$

$b_{t-1}^i < 0 \Leftrightarrow$ el hogar tiene deuda
$\Rightarrow$ el gasto para pago de intereses reduce la base gravable.

$$c_t + b_t = y_t + (1+r_{t-1})\, b_{t-1} - \tau_t^y y_t - \tau_t^y r_{t-1} b_{t-1} + \Omega_t$$

$$= \underbrace{(1-\tau_t^y)\, y_t}_{\text{dotaciones netas de impuesto}} + \big(1 + \underbrace{(1-\tau_t^y)\, r_{t-1}}_{\text{tasa de interés neta de impuestos}}\big)\, b_{t-1} + \underbrace{\Omega_t}_{\text{transferencias}}$$

$\tilde{r}_{t-1} := (1-\tau_t^y)\, r_{t-1}$ → tasa de interés neta de impuestos.

$$c_t + b_t = (1-\tau_t^y)\, y_t + (1+\tilde{r}_{t-1})\, b_{t-1} + \Omega_t$$

↳ la tasa de interés efectiva que enfrenta el individuo es $\tilde{r}_{t-1}$.

Restricción de no Ponzi:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{b_t}{(1+\tilde{r}_1)\cdots(1+\tilde{r}_{t-1})} \geq 0$$

tasa que recibe el hogar por sus ahorros.

Podemos construir la restricción presupuestal intertemporal:

$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{c_t}{(1+\tilde{r}_1)\cdots(1+\tilde{r}_{t-1})} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1-\tau_t^y)\, y_t + \Omega_t}{(1+\tilde{r}_1)\cdots(1+\tilde{r}_{t-1})}$$

Si hogar renuncia a una unidad de consumo en $t=1$ para consumirla en t:

En $t=1$: $b_1 = 1$

$t=2$: recibe $(1+\tilde{r}_1)\, b_1 = (1+\tilde{r}_1)$ y ahorra $b_2 = (1+\tilde{r}_1)$

⋮

En t: recibe $(1+\tilde{r}_1)(1+\tilde{r}_2)\cdots(1+\tilde{r}_{t-1})$ para consumir.

⟺ Si hogar renuncia a $\dfrac{1}{(1+\tilde{r}_1)\cdots(1+\tilde{r}_{t-1})}$ en $t=1$, puede consumir una unidad adicional en t.

$$P_t := \frac{1}{(1+\tilde{r}_1)\cdots(1+\tilde{r}_{t-1})}$$

$$\Rightarrow \sum_{t=1}^{\infty} P_t C_t = \sum_{t=1}^{\infty} P_t (1-\tau_t^y) y_t + P_t \Omega_t$$

$$\mathcal{L} = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \ln C_t + \sum_{t=1}^{\infty} \lambda_t \left((1-\tau_t^y) y_t + (1+\tilde{r}_{t-1}) b_{t-1} + \Omega_t - C_t - b_t \right)$$

$[C_t]$: $\frac{\beta^{t-1}}{C_t} = \lambda_t$

$[b_t]$: $\lambda_t = (1+\tilde{r}_t)\lambda_{t+1}$

$\Big\}\ \boxed{u'(C_t) = \beta(1+\tilde{r}_t)\, u'(C_{t+1})}$

$[\lambda_t]$: $C_t + b_t = y_t + (1+\tilde{r}_{t-1}) b_{t-1} + \Omega_t$

$$\Rightarrow 1+\tilde{r}_t = \frac{u'(C_t)}{\beta u'(C_{t+1})}$$

En economía de agente representativo: $\boxed{C_t^* = y_t}$

$$\Rightarrow \boxed{1+\tilde{r}_t^* = \frac{u'(y_t)}{\beta u'(y_{t+1})} = \frac{y_{t+1}}{\beta y_t}}$$

$$1+\tilde{r}_t = 1 + (1-\tau_t^y) r_t = \frac{y_{t+1}}{\beta y_t}$$

$$\boxed{r_t^* = \frac{1}{1-\tau_t^y}\left(\frac{y_{t+1}}{\beta y_t} - 1 \right)}$$

lo único que cambia en esta economía es la tasa de interés.

$$P_t = \frac{1}{(1+\tilde{r}_1)\cdots(1+\tilde{r}_{t-1})} = \beta \frac{y_t}{\cancel{y_{t-1}}} \cdot \beta \frac{\cancel{y_{t-1}}}{\cancel{y_{t-2}}} \cdots \beta \frac{y_1}{\cancel{y_2}} = \beta \frac{y_t}{y_1}$$

Impuesto al consumo:

- τ_t^c : tasa de impuesto al consumo.
- Restricción presupuestal del hogar:

$$(1+\tau_t^c) C_t + b_t = y_t + (1+r_{t-1}) b_{t-1} + \Omega_t$$

- Restricción de no ponzi es idéntica a la de una economía sin gobierno.
- Restricción presupuestal intertemporal:

$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1+\tau_t^c)\, c_t}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{y_t + \Omega_t}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})}$$

Cómo definimos P_t?

Sup. que hogar decide renunciar a una unidad de consumo en $t=1$ para aumentar su consumo en t.

En $t=1$: por 1 unidad de consumo el hogar paga $(1+\tau_1^c)$.

$$\Rightarrow b_1 = (1+\tau_1^c)$$

En $t=2$: recibe $(1+r_1)b_1 = (1+r_1)(1+\tau_1^c)$ y lo reahorra:

$$b_2 = (1+r_1)(1+\tau_1^c)$$

En $t=3$: recibe $(1+r_2)b_2 = (1+r_1)(1+r_2)(1+\tau_1^c)$ y lo reahorra:

$$b_3 = (1+r_1)(1+r_2)(1+\tau_1^c)$$

$$\vdots$$

En t: recibe $(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})(1+\tau_1^c)$ de ingreso disponible para aumentar su consumo en t.

$$(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})(1+\tau_1^c) = (1+\tau_t^c)\, c_t$$

$$\Rightarrow c_t = \frac{(1+r_1)(1+r_2)\cdots(1+r_{t-1})(1+\tau_1^c)}{1+\tau_t^c}$$

$\Rightarrow$ renunciar a $\dfrac{1+\tau_t^c}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})(1+\tau_1^c)}$ unidades de consumo en $t=1$ le permite al hogar aumentar su consumo en 1 unidad en el periodo t.

$$\Rightarrow \boxed{P_t := \left(\frac{1+\tau_t^c}{1+\tau_1^c}\right) \frac{1}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})}}$$

$$\mathcal{L} = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(c_t) + \sum_{t=1}^{\infty} \lambda_t \left(y_t + (1+r_{t-1}) b_{t-1} + \Omega_t - (1+\tau_t^c) c_t - b_t \right)$$

$$[c_t]: \quad \frac{\beta^{t-1}}{c_t} = \lambda_t (1+\tau_t^c)$$

$$[b_t]: \quad \lambda_t = (1+r_t) \lambda_{t+1}$$

$$\boxed{u'(c_t) = \left(\frac{1+\tau_t^c}{1+\tau_{t+1}^c}\right) \beta (1+r_t) u'(c_{t+1})}$$

$$[\lambda_t]: \quad (1+\tau_t^c) c_t + b_t = y_t + (1+r_{t-1}) b_{t-1} + \Omega_t$$

En economía de agente representativo: $\boxed{c_t = y_t}$

$$\boxed{1+r_t^* = \left(\frac{1+\tau_{t+1}^c}{1+\tau_t^c}\right) \frac{u'(y_t)}{\beta u'(y_{t+1})}}$$

← en eq. las tasas de interés son distintas a las de economía sin gobierno.

$$P_t = \left(\frac{\cancel{1+\tau_t^c}}{\cancel{1+\tau_t^c}}\right) \cdot \left(\frac{\cancel{1+\tau_{t-1}^c}}{\cancel{1+\tau_t^c}}\right) \beta \frac{u'(y_t)}{\cancel{u'(y_{t-1})}} \left(\frac{\cancel{1+\tau_{t-2}^c}}{\cancel{1+\tau_{t-1}^c}}\right) \beta \frac{\cancel{u'(y_{t-1})}}{\cancel{u'(y_{t-2})}} \cdots \left(\frac{\cancel{1+\tau_1^c}}{\cancel{1+\tau_2^c}}\right) \beta \frac{\cancel{u'(y_2)}}{u'(y_1)}$$

$$\boxed{P_t = \beta^{t-1} \frac{u'(y_t)}{u'(y_1)}}$$